

Критерии оценивания муниципального публичного зачёта

1 вопрос	0-1 балл
2 вопрос	0-2 балла За ответ на вопрос № 2 выставляется 2 балла, если сформулирована теорема и представлено её доказательство; 1 балл, если сформулирована теорема без доказательства; 0 баллов во всех остальных случаях
3 вопрос	0-1 балл
4 вопрос	0-2 балла За ответ на вопрос № 4 ставится 2 балла за верное обоснованное решение; 1 балл если допущена ошибка, не носящая принципиального характера и не влияющая на правильность хода решения

Максимальное количество баллов – 6.

Шкала перевода баллов в школьную отметку за муниципальный публичный зачёт

0-2 балла	Программа по геометрии за 7 класс не усвоена. отметка «2»
3 балла	Программа по геометрии за 7 класс усвоена удовлетворительно. отметка «3»
4,5 баллов	Программа по геометрии за 7 класс усвоена хорошо. отметка «4»
6 баллов	Программа по геометрии за 7 класс усвоена полностью отметка «5»

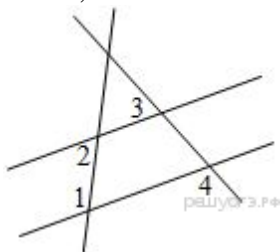
7 класс

Билет №1

1. Сформулируйте определение отрезка, луча, угла, определение развернутого угла. Обозначение лучей и углов.
2. Докажите признак равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними.
3. В прямоугольном треугольнике DEF катет DF равен 14 см, $\angle E = 30^\circ$. Найдите гипотенузу DE .
4. Найдите неразвернутые углы, образованные при пересечении двух прямых, если один из них в 7 раз меньше суммы трех остальных.

Билет №2

1. Сформулируйте определение равных фигур, определение середины отрезка и биссектрисы угла.
2. Докажите свойство внешнего угла треугольника.
3. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 72° . Найдите угол при вершине.
4. На плоскости даны четыре прямые. Известно, что $\angle 1 = 120^\circ$, $\angle 2 = 60^\circ$, $\angle 3 = 55^\circ$. Найдите $\angle 4$.



Билет № 3

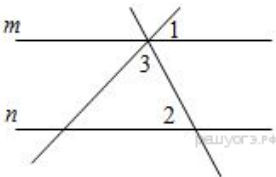
1. Сформулируйте определение и свойство смежных углов (формулировка).
2. Докажите неравенство треугольника. Приведите примеры.
3. Один из углов, образованных при пересечении двух прямых, равен 70° . Найдите остальные три угла.
4. В треугольнике MPF $\angle M = 80^\circ$, $\angle P = 40^\circ$. Биссектриса угла M пересекает сторону FP в точке K . Найдите угол FKM .

Билет № 4

1. Сформулируйте определение и свойство вертикальных углов (формулировка).
2. Докажите теорему о сумме углов треугольника.
3. Периметр равнобедренного треугольника равен 36 см, основание – 10 см. Найдите боковую сторону этого треугольника.
4. Один из внутренних односторонних углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей, в 3 раза больше другого. Чему равны эти углы?

Билет № 5

1. Сформулируйте определение градусной меры угла, свойство измерения углов. Острые, прямые, тупые углы.
2. Докажите свойство биссектрисы равнобедренного треугольника.
3. Прямые m и n параллельны. Найдите $\angle 3$, если $\angle 1 = 22^\circ$, $\angle 2 = 72^\circ$.



4. Градусные меры двух внешних углов треугольника равны 139° и 87° . Найдите третий внешний угол треугольника.

Билет № 6

1. Сформулируйте определение треугольника. Стороны, вершины, углы, треугольника.

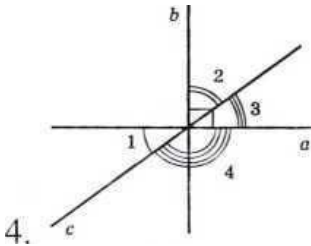
Периметр треугольника.

2. Определение смежных углов. Доказать свойства смежных углов.

3. Один из острых углов прямоугольного треугольника 37° . Найти второй острый угол.

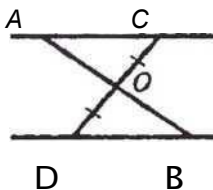
4. Прямые a и b перпендикулярны. Угол 1 равен 40° .

Найти углы 2, 3, 4.



Билет № 7

1. Сформулируйте определение и свойства равнобедренного треугольника, равностороннего треугольника.
2. Сформулируйте определение вертикальных углов. Докажите свойства вертикальных углов.
3. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB равна 38 см, а $\text{угол } B = 60^\circ$. Найдите катет BC .
4. $AC \parallel DB$. $CO = OD$. Доказать, что треугольники COA и DOB равны.

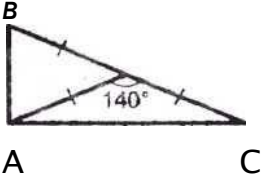


Билет № 8

1. Сформулируйте определение медианы, биссектрисы и высоты треугольника.
3. Сформулируйте признаки параллельных прямых.
Докажите, что если накрест лежащие углы равны то прямые параллельны.
4. Периметр равнобедренного треугольника 19 см, а основание - 7 см. Найти боковую сторону треугольника.
5. Один из углов прямоугольного треугольника равен 60° , а сумма гипотенузы и меньшего катета равна 42 см. Найти гипотенузу.

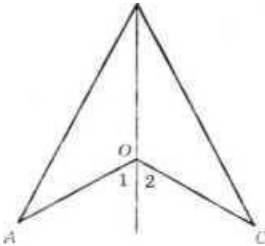
Билет № 9

1. Сформулируйте определение внешнего угла треугольника. Сформулируйте свойство внешнего угла треугольника.
2. Докажите свойство односторонних углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей.
3. Один из углов, образованных при пересечении двух прямых, на 50° меньше другого. Найти эти углы.
4. Найти углы треугольника ABC.



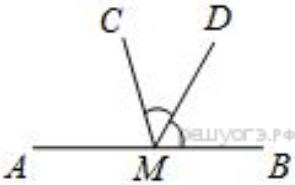
Билет № 10

1. Сформулируйте определение остроугольного, прямоугольного, тупоугольного треугольника. Стороны прямоугольного треугольника.
2. Докажите свойство соответственных углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей.
3. Внешний угол равнобедренного треугольника равен 76° . Найдите углы треугольника.
4. $OA=OC$, угол 1 равен углу 2. Доказать, что $AB=BC$.



Билет № 11

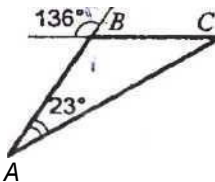
1. Сформулируйте определение окружности. Центр, радиус, хорда, диаметр и дуга окружности.
2. Докажите свойство углов при основании равнобедренного треугольника.
3. Луч MD — биссектриса угла $СМВ$. Известно, что $\angle DMC = 60^\circ$. Найдите угол $СМА$.



4. Высоты остроугольного треугольника NPT проведенные из вершин N и P , пересекаются в точке K , угол $T = 56^\circ$. Найдите угол NKP .

Билет № 12

1. Сформулируйте определение параллельных прямых и параллельных отрезков, аксиому параллельных прямых
2. Докажите признак равенства треугольников по двум углам, прилежащим к стороне треугольника
3. Найти углы треугольника ABC .



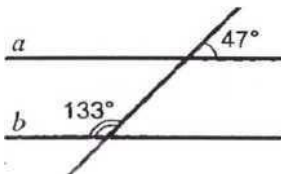
4. Одна из сторон тупоугольного равнобедренного треугольника на 17 см меньше другой. Найдите стороны этого треугольника, если его периметр равен 77 см.

Билет № 13

1. Определение расстояния от точки до прямой. Наклонная.
Определение расстояния между параллельными прямыми.
2. Докажите признак равенства треугольников по трём сторонам
3. Луч BM делит развернутый угол ABC на два угла, один из которых на 34° больше другого. Найти углы.
4. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 21° . Найдите угол между биссектрисой и высотой, проведенными из вершины прямого угла.

Билет № 14

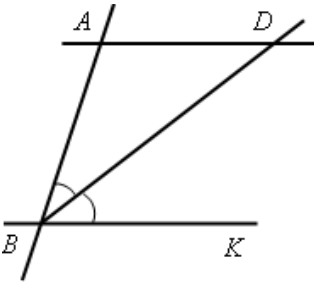
1. Сформулируйте признаки равенства прямоугольных треугольников.
2. Докажите свойство внешнего угла треугольника.
3. Доказать, что прямые a и b параллельны.



4. В прямоугольном треугольнике KPE угол $P = 90^\circ$, угол $K = 60^\circ$. На катете PE отметили точку M такую, что угол $KMP = 60^\circ$. Найдите PM , если $EM = 16$ см.

Билет № 15

1. Что такое секущая? Назовите пары углов, которые образуются при пересечении двух прямых секущей.
2. Докажите свойство катета прямоугольного треугольника, лежащего против угла в 30° . Сформулируйте обратное утверждение.
3. Луч BD проходит между сторонами угла ABC . Найдите угол DBC , если угол $ABC = 63^\circ$, угол $ABD = 51^\circ$.
4. Прямые AD и BK параллельны, луч BD – биссектриса угла ABK , $\angle ABK = 120^\circ$. Найти углы треугольника ABD .

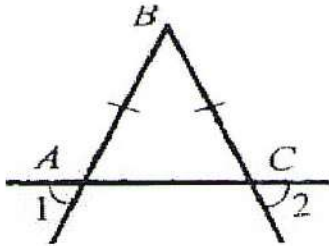


Билет №1

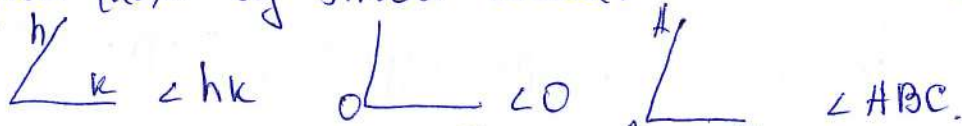
1. Определение отрезка, луча, угла. Определение развернутого угла. Обозначение лучей и углов.
2. Доказать признак равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними.

3. В прямоугольном треугольнике DEF катет DF равен 14 см, $\angle E = 30^\circ$. Найдите гипотенузу DE .

4. Докажите, что угол 1 равен углу 2.



① Угол - геометрическая фигура, являющаяся частью прямой и двух лучей, исходящих из этой точки.



Отрезок - часть прямой, ограниченная двумя точками



Луч - часть прямой, которая имеет начало, но не имеет конца (имеет начало и не имеет конца)

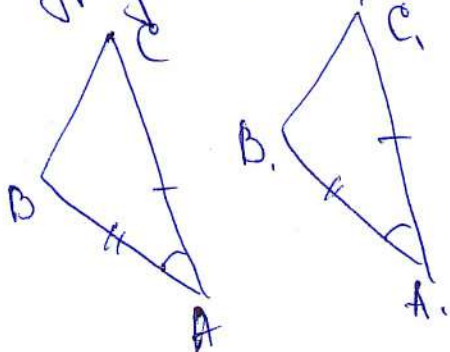


Развернутый угол - угол, стороны которого лежат на одной прямой

Развернутый угол - угол, градусная мера которого $\angle ABC = 180^\circ$



② Если две стороны и угол между ними одного Δ соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого Δ , то такие Δ равны.



Дано: $\Delta ABC, \Delta A_1B_1C_1$
 $\angle A = \angle A_1, AB = A_1B_1, AC = A_1C_1$

Доказать: $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Док-во:

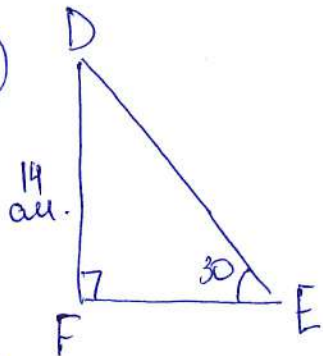
$\nabla \triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1$

т.к. $\angle A = \angle A_1 \Rightarrow \triangle ABC$ наклоним на $\triangle A_1B_1C_1$

AB налож. на луч A_1B_1 / т.к. $AB = A_1B_1$ \Rightarrow $T B$ совмещ с B_1 /
 AC налож. на луч A_1C_1 / $AC = A_1C_1 \Rightarrow$ $T C$ совмещ с C_1 /

BC совмещ. с $B_1C_1 \Rightarrow \triangle ABC$ совмещается с $\triangle A_1B_1C_1$
т.д.

3



Дано:

$\triangle DFE, \angle F = 90^\circ$

$\angle E = 30^\circ$

$FD = 14$ см.

Найти: DE - ?

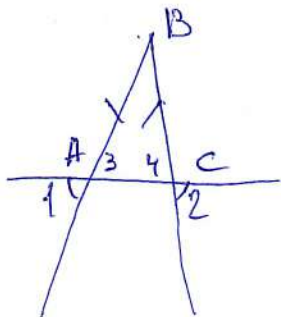
Решение:

$\nabla \triangle DFE, \angle F = 90^\circ$

$DF = \frac{1}{2} DE$ (по св-ву катета, лет на пр $\angle 30^\circ$) $\Rightarrow DE = 2 \cdot 14 = 28$ см

Ответ: $DE = 28$ см.

4



Дано:

$\triangle ABC, AB = BC$

Д-во

$\angle 1 = \angle 2$.

Д-во $\triangle ABC$ - равноб, $AB = BC$ (по оир)

$\angle 3 = \angle 4$ (по св равноб \triangle)

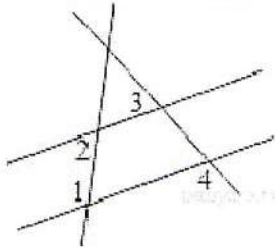
$\angle 3 = \angle 1$ (св. верт. уг.) / $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$.

$\angle 4 = \angle 2$ (св. верт. уг.)

т.д.

Билет №2

1. Определение равных фигур. Определение середины отрезка биссектрисы угла.
2. Доказать свойство внешнего угла треугольника.
3. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 72° . Найдите угол при вершине.
4. На плоскости даны четыре прямые. Известно, что $\angle 1 = 120^\circ$, $\angle 2 = 60^\circ$, $\angle 3 = 55^\circ$. Найдите $\angle 4$.

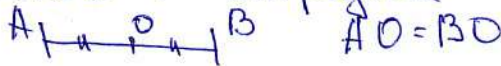


① Равные фигуры - это фигуры, которые имеют одинаковую форму и размер.

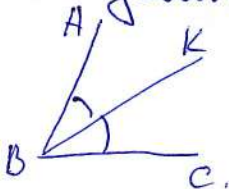


Середина отрезка - точка, которая делит отрезок пополам, т.е. на 2 равных отрезка

Середина отрезка - точка, равноудаленная от концов отрезка

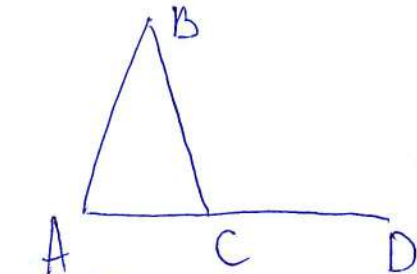


Биссектриса угла - луч, исходящий из вершины угла и делящий его на два равных угла



BK - бис.
 $\angle ABK = \angle KBC$

② Th: Внешний угол Δ = сумме двух углов Δ , не смежных с ним.



Дано:

ΔABC , $\angle BCD$ - внешний $\angle \Delta ABC$.

Д-тв

$\angle BCD = \angle A + \angle B$

Д-во: $\angle ACB + \angle BCD = 180^\circ$ (св. смеж. уг.)
 $\angle ACB = 180^\circ - \angle BCD$

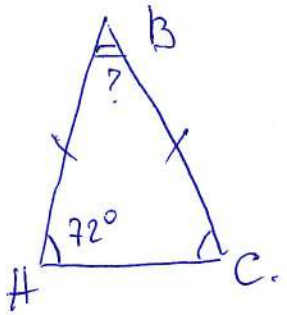
$\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$ (по Th о сумме \angle)

$\angle ACB = 180^\circ - \angle A - \angle B$

$180^\circ - \angle BCD = 180^\circ - \angle A - \angle B$
 ~~$180^\circ - \angle BCD = 180^\circ + \angle A + \angle B = 0$~~
 $\angle BCD = \angle A + \angle B$

2mg.

3

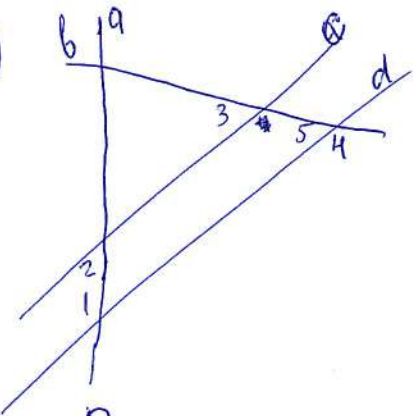


Дано:
 $\triangle ABC$ равноб., $\overline{AB} = \overline{BC}$.
 $\angle A = 72^\circ$.
 Найти $\angle B$

Решение:

$\triangle ABC$ - равноб.: $AB = BC$.
 $\angle A = \angle C$ (по еб. равноб. \triangle) $\Rightarrow \angle C = 72^\circ$.
 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (по Th о сумме уг. \triangle).
 $\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C$
 $\angle B = 36^\circ$.
 Ответ: $\angle B = 36^\circ$.

4



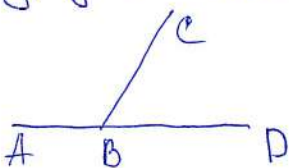
Дано:
 a, b, c, d - прямые.
 $\angle 1 = 120^\circ$, $\angle 2 = 60^\circ$, $\angle 3 = 55^\circ$
 Найти: $\angle 4$ - ?

Решение:

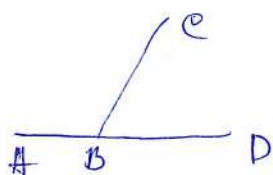
$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \Rightarrow c \parallel d$ (по признаку \parallel прямых)
 Th: Если при \perp 2х прямых соответс. углы $\angle = 180^\circ \Rightarrow$ прямые \parallel .
 $\angle 3 = \angle 5$ (ев \parallel пр.).
 Th: (При пересечении 2х \parallel прямых сои, соотв. углы =).
 $\angle 3 = \angle 5 = 55^\circ$.
 $\angle 5 + \angle 4 = 180^\circ$ (ев. верт. смеж. уг.).
 Th: (Сумма смежн. уг. = 180°).
 $\angle 4 = 180^\circ - 55^\circ$
 $\angle 4 = 125^\circ$.
 Ответ: $\angle 4 = 125^\circ$.

1. Определения и свойства смежных углов (формулировка).
2. Доказать неравенство треугольника. Привести примеры.
3. Один из углов, образованных при пересечении двух прямых, равен 70° . Найти остальные три угла.
4. В треугольнике $MPF \angle M = 80^\circ$, $\angle P = 40^\circ$. Биссектриса угла M пересекает сторону FP в точке K . Найти угол FKM .

① Смежные углы - 2 угла, у которых одна сторона общая, а две другие являются продолжением одной другой.
 $\angle ABC$ и $\angle CBD$ - смежные.

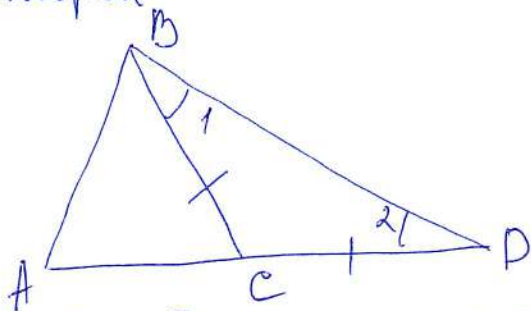


Св-во смежных углов: сумма смежных углов $= 180^\circ$



$$\angle ABC + \angle CBD = 180^\circ$$

② Тр: каждая сторона $\Delta <$ суммы двух других сторон



Дано: ΔABC

Д-ть: $AB < AC + BC$.

Док-во: Отложим $CD = BC$ на продолжении луча AC .

ΔBCD - равноб. $BC = CD$ (по построению) $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$ (по св-ву углов равноб. Δ).

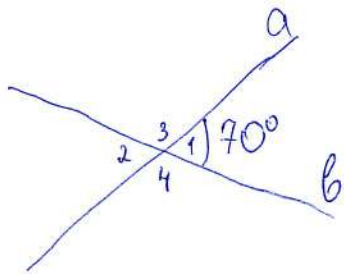
$$\angle ABD > \angle 1$$

$$\angle ABD > \angle 2$$

т.к. в Δ против большей угла лежит большая сторона $\Rightarrow AB < AD$, но $AD = AC + CD = AC + BC$, поэтому $AB < AC + BC$

□

3



Дано: $a \cap b$
 $\angle 1 = 70^\circ$

Найти: $\angle 2, \angle 3, \angle 4$ - ?

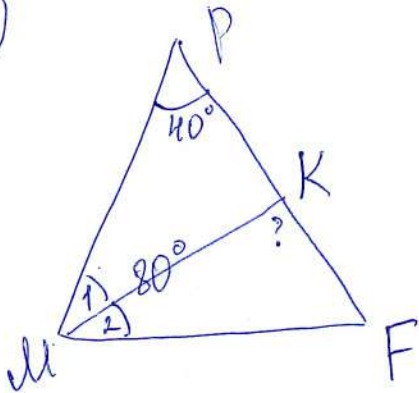
Решение: $\angle 1 = \angle 2$ (по св-ву верт. угл.) $\Rightarrow \angle 2 = 70^\circ$.

$\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ (по св. смежн. уг.) $\Rightarrow \angle 3 = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$.

$\angle 3 = \angle 4$ (по св. верт. угл.) $\Rightarrow \angle 4 = 110^\circ$.

Ответ: $\angle 1 = 70^\circ$ $\angle 3 = 110^\circ$
 $\angle 2 = 70^\circ$ $\angle 4 = 110^\circ$

4



Дано: $\triangle MPF$, $\angle P = 40^\circ$
 $\angle M = 80^\circ$, MK - сис.

Найти $\angle FKM$.

Решение: MK - сис $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$ (по сур. сис).

$\triangle MPF$: $\angle M = 80^\circ$, $\angle P = 40^\circ \Rightarrow \angle F = 180^\circ - \angle P - \angle M$ (т.к. $\angle F + \angle P + \angle M = 180^\circ$
 Th о сумме $\angle \Delta$).

$$\angle F = 180^\circ - 80^\circ - 40^\circ = 60^\circ$$

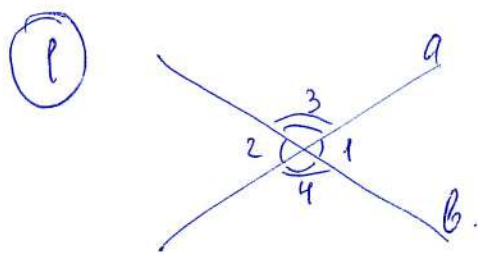
$\triangle MKF$: $\angle M = 40^\circ$, $\angle F = 60^\circ$, $\angle K = 180^\circ - \angle M - \angle F$ (т.к. $\angle F + \angle K + \angle M = 180^\circ$
 Th о сумм. углов Δ).

$$\angle K = 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ = 80^\circ.$$

Ответ: $\angle MKF = 80^\circ$.

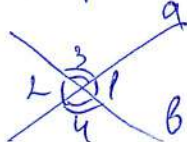
Билет № 4

1. Определите свойства вертикальных углов (формулировка).
2. Докажите теорему о сумме углов треугольника.
3. Периметр равнобедренного треугольника равен 36 см, основание — 10 см. Найдите боковую сторону этого треугольника.
4. Один из внутренних односторонних углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей, в 3 раза больше другого. Чему равны эти углы?



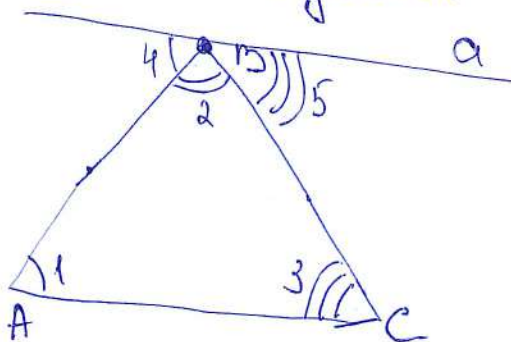
Вертикальные углы — это два угла стороны \neq являются продолжением друг друга.
 $\angle 1, \angle 2$ — вертикаль;
 $\angle 3, \angle 4$ — вертикаль.

Св-во вертикаль. уг.



Вертикальные углы равны.
 $\angle 1 = \angle 2$
 $\angle 3 = \angle 4$

② Тн: Сумма углов $\Delta = 180^\circ$



Дано:

ΔABC .

Н-тв: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

Решение: Проведем $a \parallel AC$.

$\angle 1 = \angle 4$ (по св. накр. лет. угл. при $a \parallel AC, AB$ -сец).

$\angle 3 = \angle 5$ (по св. накр. лет. угл. при $a \parallel AC, CB$ -сец).

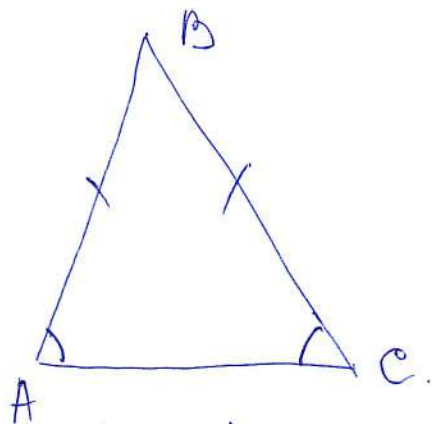
$\angle B = \angle 4 + \angle 2 + \angle 5 = 180^\circ$ — разв. уг.

(Разв. уг. — угл. стороны \neq образуют прямую).

Тк $\angle 1 = \angle 4$
 $\angle 3 = \angle 5 \Rightarrow \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$

гтд.

3



Дано:
 $\triangle ABC$, $AB = BC$.
 $P = 36$ см.
 $AC = 10$ см.

Найти: AB - ?
 BC - ?

Решение: $\triangle ABC$, $AB = BC$ (по усл. равноб. \triangle)
 $\angle A = \angle C$ (по св-ву угл. равноб. \triangle).

$$AB + BC + AC = 36 \text{ см.}$$

$$AB + BC + 10 = 36$$

$$AB + BC = 36 - 10$$

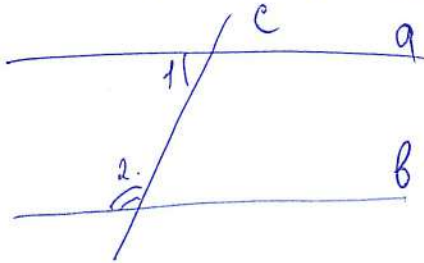
$$AB + BC = 26 \text{ см.}$$

$$\text{Т.к. } AB = BC \Rightarrow AB = 13 \text{ см.}$$

$$BC = 13 \text{ см.}$$

Ответ: $AB = 13$ см; $BC = 13$ см.

4



Дано:

$a \parallel c$

$b \parallel c$

$$\angle 2 = 3 \cdot \angle 1$$

Найти: $\angle 1, \angle 2$ - ?

Решение:

$$\text{Пусть: } \angle 1 = x \Rightarrow \angle 2 = 3 \cdot x$$

Т.к. $a \parallel b$, c - ссн $\Rightarrow \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (св. нар. пр. по сумме соотв. углов).

$$x + 3x = 180^\circ$$

$$4x = 180^\circ$$

$$x = 45^\circ, \angle 1 = 45^\circ.$$

$$\angle 2 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ.$$

Ответ: $\angle 1 = 45^\circ, \angle 2 = 135^\circ$.

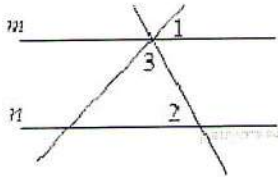
Билет № 5

1. Определение градусной меры угла. Острые, прямые, тупые углы

а. Свойство измерения углов.

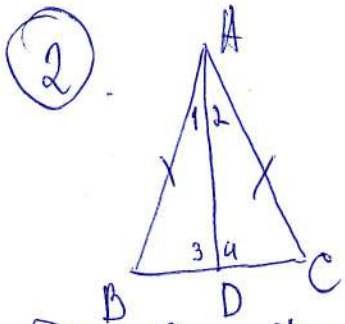
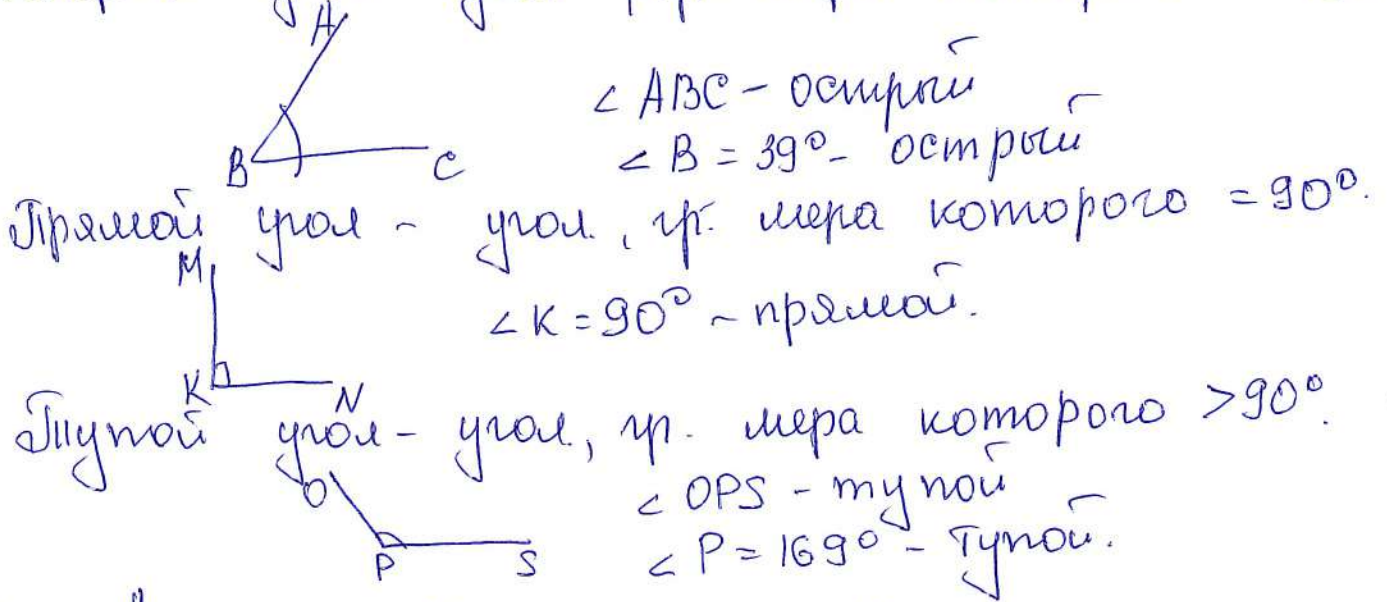
2. Доказать свойство биссектрисы равнобедренного треугольника.

3. Прямые или параллельны. Найдите $\angle 3$, если $\angle 1 = 22^\circ$, $\angle 2 = 72^\circ$.



4. Градусные меры двух внешних углов треугольника равны 139° и 87° . Найдите третий внешний угол треугольника.

① Градусная мера угла - положительное число, которое показывает сколько раз градус и его доли (минуты, секунды) укладываются в данном угле.
 Свойство измерения углов: Равные углы имеют равные гр. меры
 Острый угол - угол, гр. мера которого $< 90^\circ$



Дано: $\triangle ABC$, $AB = AC$.
 AD - бис. $\angle 1 = \angle 2$.

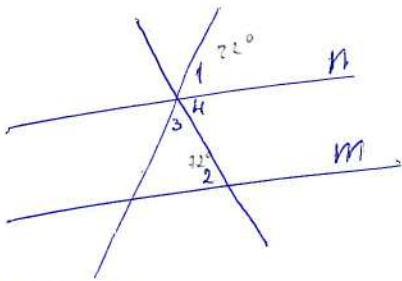
До-ть: AD - мед., AD - выс.

Доказ-во: $\triangle ABD, \triangle ACD$ $\left. \begin{matrix} \angle 1 = \angle 2 \\ AB = AC \\ AD - \text{общ} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACD$
 (I признак).

Т.к. $\triangle ABD = \triangle ACD \Rightarrow BD = DC \Rightarrow AD$ - медиана.

Т.к. $\triangle ABD = \triangle ACD \Rightarrow \angle 3 = \angle 4 \Rightarrow \angle 3 = \angle 4 = 90^\circ \Rightarrow AD$ - высота. \square т.д.

3



Дано:
 $m \parallel n$, $\angle 1 = 22^\circ$
 $\angle 1 = 22^\circ$, $\angle 2 = 72^\circ$.
 Найти $\angle 3$ - ?

Решение:
 $m \parallel n \Rightarrow \angle 2 = \angle 4$ (по св-ву \parallel пр. рав-вокр. внеш. углов).
 $\angle 2 = 72^\circ \Rightarrow \angle 4 = 72^\circ$.

$$\angle 4 + \angle 3 + \angle 1 = 180^\circ$$

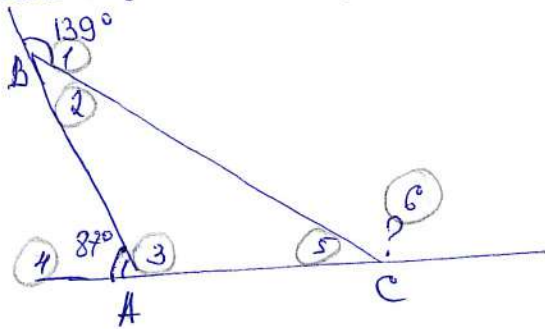
$$72^\circ + \angle 3 + 22^\circ = 180^\circ$$

$$94^\circ + \angle 3 = 180^\circ$$

$$\angle 3 = 86^\circ$$

Ответ: $\angle 3 = 86^\circ$

4



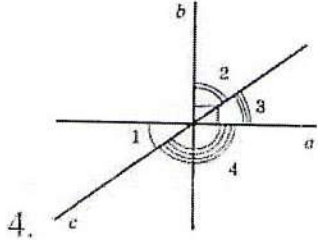
Дано: ΔABC
 $\angle 1 = 139^\circ$, $\angle 4 = 87^\circ$.
 Найти: $\angle 6$ - ?

Решение:
 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (св. смеж. уг.) $\Rightarrow \angle 2 = 41^\circ$.
 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ (св. смеж. уг.) $\Rightarrow \angle 3 = 93^\circ$.
 $\angle 6 = \angle 2 + \angle 3$ (св. внеш. уг. Δ) $\Rightarrow \angle 6 = 41^\circ + 93^\circ = 134^\circ$

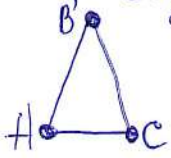
Ответ: $\angle 6 = 134^\circ$

Билет № 6

1. Определение треугольника. Стороны, вершины, углы треугольника. Периметр треугольника.
2. Определения смежных углов. Доказать свойства смежных углов.
3. Одиностранных углов прямоугольного треугольника 37° . Найти второй острый угол.
4. Прямые и перпендикулярны. Угол 1 равен 40° . Найти углы 2, 3, 4.



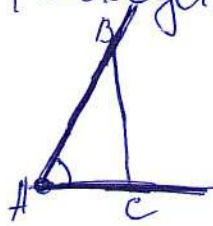
① Треугольник - geom. фигура, образованная тремя точками, не лежащими на 1 прямой, и 3-мя отрезками, соединяющими эти точки.



A, B, C - точки (вершины)
AB, BC, CA - отрезки (сторона)

Вершина - это точки, не лежащие на 1 прямой
Стороны Δ - отрезки, соединяющие вершины.

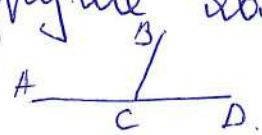
Угол Δ - geom. фигура, образованная точкой и двумя лучами, исходящими из этой точки.



$\angle A$

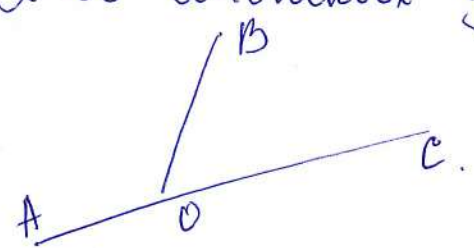
P_{Δ} = сумма длин всех сторон.
 $P_{\Delta ABC} = AB + BC + CA$

② Смежные углы - два угла, у которых одна сторона обща, а две другие являются продолжением одна другой.



$\angle ABC, \angle BCD$ - смежные

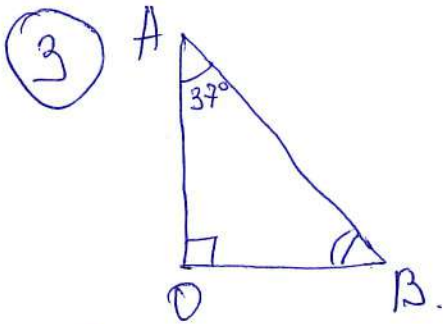
Сумма смежных углов: Сумма смежных углов = 180°



Дано:
 $\angle AOB, \angle BOC$ - смежные.
Доказать: $\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$

Док-во:

Т.к. $\angle AOB$ и $\angle BOC$ - смежн. $\Rightarrow AO$ - продолжение OC (по
опр. смежн. угл). $\Rightarrow \angle AOC$ - развернутый
 $\angle AOC = 180^\circ$ (опр. разверн. угла).
 $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC \Rightarrow \angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$
□

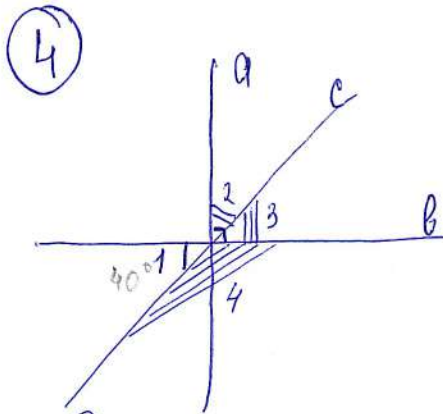


Дано:
 $\triangle AOB, \angle O = 90^\circ$
 $\angle A = 37^\circ$
Найти $\angle B$ - ?

Решение:

$\nabla \triangle AOB, \angle O = 90^\circ$
 $\angle A + \angle B = 90^\circ$ (св. прямоуг. \triangle).
 $\angle B = 90^\circ - \angle A$
 $\angle B = 53^\circ$

Ответ: $\angle B = 53^\circ$.



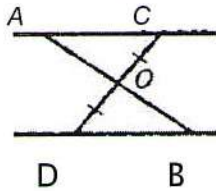
Дано: $a \perp b$
 $\angle 1 = 40^\circ$
Найти: $\angle 2, \angle 3, \angle 4$.

Решение:
 $a \perp b; \angle 1 = \angle 3$ (св. верт. угл) $\Rightarrow \angle 3 = 40^\circ$.
 $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ \Rightarrow \angle 2 = 90^\circ - 40^\circ$
 $\angle 2 = 50^\circ$.
 $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ (св. смежн. угл).
 $\angle 4 = 180^\circ - \angle 1$
 $\angle 4 = 180 - 40$
 $\angle 4 = 140^\circ$

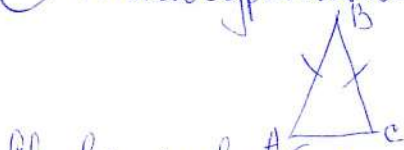
Ответ: $\angle 2 = 50^\circ, \angle 3 = 40^\circ, \angle 4 = 140^\circ$.

Билет № 7

1. Определени равнобедренного треугольника. Равносторонний треугольник. Сформулировать свойства равнобедренного треугольника.
2. Вертикальные углы. Доказать свойства вертикальных углов.
3. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB равна 38 см, угол $B = 60^\circ$. Найдите катет BC .
4. $AC \parallel DB, CO = OD$. Доказать, что треугольники COA и DOB равны.



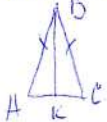
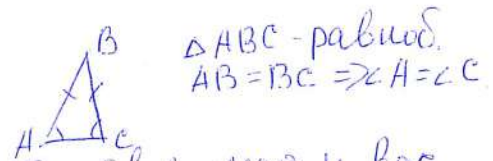
① Равнобедренный Δ - это Δ в котором боковые стороны равны.
 ΔABC - равноб., $AB = BC$.



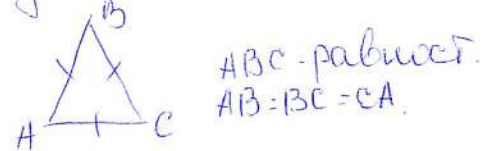
Св-ва равноб. Δ

Th: В равноб. Δ углы при основ равны.

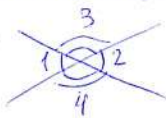
Th: В равноб. Δ бис, проведен к основанию, явл меди и выс.
 ΔABC - равноб., $AB = BC, BK$ - бис $\Rightarrow BK$ - меди и высота.



Равност. Δ - Δ у которого все стороны =

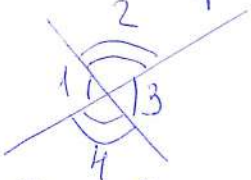


② Вертикальные углы - два угла в i^x стороны одного угла два продолжения сторон другого угла.
 $\angle 1, \angle 2$ - вертикал.
 $\angle 3, \angle 4$ - вертикал.



Св-во верт. угл:

Th: Вертикальные углы =



Доко:
 $\angle 1, \angle 2$ - вертикал.
 $\angle 2, \angle 4$ - вертикал.

Д-ть: $\angle 1 = \angle 3$
 $\angle 2 = \angle 4$

Доко-во:

$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \text{ (св. смеж. уг.)}$$

$$\angle 2 = \angle 3 = 180^\circ \text{ (св. смеж. уг.)}$$

$$\angle 1 = 180^\circ - \angle 2 \Rightarrow \angle 1 = \angle 3$$

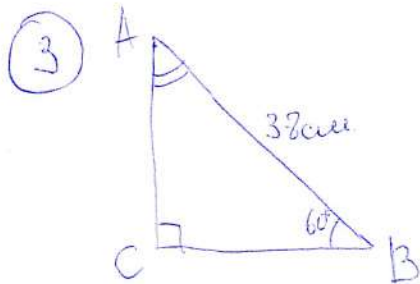
$$\angle 3 = 180^\circ - \angle 2$$

$$\angle 3 + \angle 2 = 180^\circ \text{ (св. смеж. уг.)}$$

$$\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ \text{ (св. смеж. уг.)}$$

$$\angle 2 = 180^\circ - \angle 3 \Rightarrow \angle 2 = \angle 4$$

$$\angle 4 = 180^\circ - \angle 3$$



Дано:
 $\triangle ABC$ - прямоугол $\angle C = 90^\circ$
 $\angle B = 60^\circ$, $AB = 38$ см.
 Найти: CB .

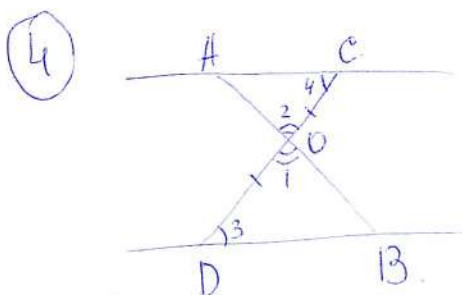
Решение: $\triangle ABC$ - прямоугол $\angle C = 90^\circ$
 $\angle B + \angle A = 90^\circ$ (св. треугол \triangle).
 $\angle A + 60^\circ = 90^\circ \Rightarrow \angle A = 90^\circ - 60^\circ$; $\angle A = 30^\circ$.

$CB = \frac{1}{2} AB$. (по Th о катете прямоугол \triangle , лежащего напротив $\angle B = 30^\circ$)

$$CB = \frac{1}{2} \cdot 38$$

$$CB = 19 \text{ см.}$$

Ответ: 19 см - CB .



Дано
 $AB \cap CD = O$
 $AC \parallel BD$
 $DO = OC$

Д-ть: $\triangle DOB = \triangle AOC$.

Д-во. тк. $AC \parallel BD \Rightarrow \angle 4 = \angle 3$ (св \parallel пр, рав-во внутр. угл).
 $\angle 1 = \angle 2$ (св. верт. угл).
 $DO = OC$ (по усл)

$\Rightarrow \triangle DOB = \triangle AOC$ (по II пр, по стороне и двум прилеж. углам).
 г.д.д

Билет №8

1. Определите медиану, биссектрису и высоту треугольника.

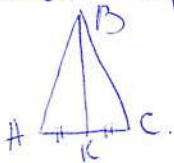
3. Сформулируйте признаки параллельных прямых. Докажите, что если накрест лежащие углы равны то прямые параллельны.

4. Периметр равнобедренного треугольника 19 см, а основание - 7

см. Найдите боковую сторону треугольника.

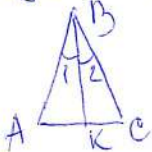
5. Один из углов прямоугольного треугольника равен 60° , а сумма гипотенузы и меньшего катета равна 42 см. Найдите гипотенузу.

① Медиана Δ - отрезок, соединяющий вершину Δ с серединой противоположной стороны.



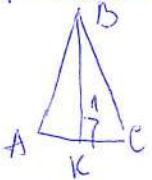
ΔABC , BK - медиана, $AK = KC$.

Биссектриса Δ - отрезок биссектрисы угла Δ , соединяющей вершину Δ с точкой противоположной стороны и делящей угол пополам.



ΔABC , BK - биссе. $\angle 1 = \angle 2$.

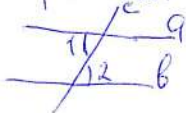
Высота Δ - перпендикуляр, проведенный из вершины Δ к прямой, содержащей противоположную сторону.



ΔABC , BK - высота, $\angle 1 = 90^\circ$

② Признаки \parallel прямых

1. Если при пересечении двух прямых секущей, накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.



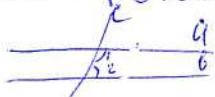
$a \cap c, b \cap c, \angle 1 = \angle 2 \Rightarrow a \parallel b$.

2. Если при пересечении двух прямых секущей, соответственные углы равны, то прямые параллельны.



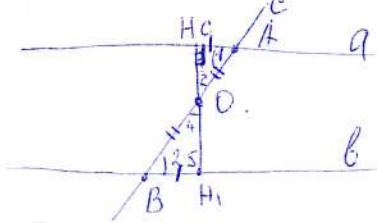
$a \cap c, b \cap c, \angle 1 = \angle 2 \Rightarrow a \parallel b$.

3. Если при пересечении 2х прямых секущей сумма односторонних углов $= 180^\circ \Rightarrow$ прямые параллельны.



$a \cap c, b \cap c, \angle 1 + \angle 2 = 180 \Rightarrow a \parallel b$.

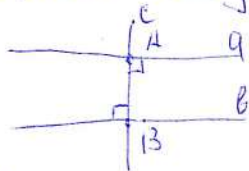
Th: $a \perp c, b \perp c, \angle 1 = \angle 2 \Rightarrow a \parallel b$.



Дано:
 $a \perp c, b \perp c$
 $\angle 1 = \angle 2$
 Д-во: $a \parallel b$.

Д-во:

1. Рассмотрим случай если $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$.



$AB \perp a$
 $AB \perp b \Rightarrow a \parallel b$.

2. Рассмотрим случай если $\angle 1 = \angle 2 \neq 90^\circ$

на отрезке AB отметим ТО так, что $BO = OA$.

Из Т.О. опустим перпендикуляр к а. $OH \perp a$.

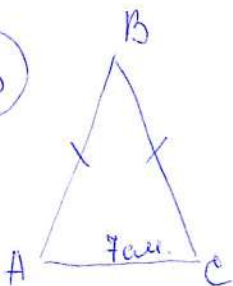
От ТВ отметим $BH_1 = AH$

$\triangle AOH$ и $\triangle BOH_1$, $OB = OA$ (по построению)
 $AH = BH_1$ (по построению)
 $\angle 1 = \angle 2$ (по условию) $\Rightarrow \triangle AOH = \triangle BOH_1$ (I пр.
 по двум сторонам и углу между ними).

Т.к. $\triangle AOH = \triangle BOH_1 \Rightarrow \angle 3 = \angle 4 \Rightarrow$ точки H, O, H_1 - лежат на 1 пр.

$\Rightarrow \angle 5 = \angle 6 \Rightarrow \angle H = 90^\circ, \angle H_1 = 90^\circ \Rightarrow$
 $HH_1 \perp a$
 $HH_1 \perp b \Rightarrow a \parallel b$
 ? м.г.

3



Дано: $\triangle ABC$ - равноб.

$P = 19$ см.

$AC = 7$ см.

Найти AB, BC - ?

Решение. $\triangle ABC$ - равноб, $AB = BC$ (по определению равноб. \triangle).

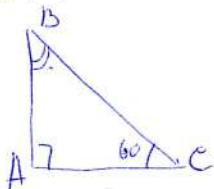
$$AB + BC + AC = 19$$

$$AB + BC + 7 = 19$$

$$AB + BC = 12 \text{ см} \Rightarrow AB = BC = 6 \text{ см}.$$

Ответ: $AB = BC = 6$ см.

4



Дано:

$\triangle ABC$ прямоугол. $\angle A = 90^\circ$

$\angle C = 60^\circ$

$AC + BC = 42$ см.

Найти: BC .

Решение:

$\triangle ABC$ прямоугол. $\angle A = 90^\circ$.

$\angle B + \angle C = 90^\circ \Rightarrow \angle B = 30^\circ \Rightarrow AC = \frac{1}{2} BC$ (по св. катет. пр. \triangle с ост. $\angle 30^\circ$).

Обозначим $AC = x \Rightarrow BC = 2x$.

$$x + 2x = 42$$

$$3x = 42$$

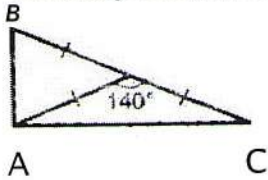
$$x = 14 \text{ (см)} \text{ AC.}$$

$$14 \cdot 2 = 28 \text{ см BC.}$$

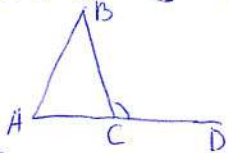
Ответ:

1. Определить внешний угол треугольника. Сформулировать свойства внешнего угла треугольника.
2. Докажите свойство односторонних углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей.
3. Один из углов, образованных при пересечении двух прямых, на 50° больше другого. Найти эти углы.

4. Найти углы треугольника ABC.

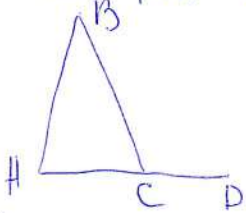


① Внешний угол Δ при данной вершине по углу, смежный с углом Δ при данной вершине.

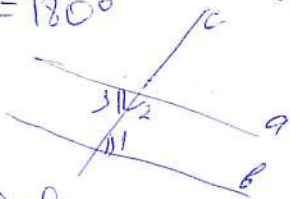


$\angle BCD, \angle BCH$ - смежные.
 $\angle BCD$ - внешний \angle

Св-во внешн. угла: Тн: Внешний $\angle \Delta =$ сумме двух внутренних углов Δ , не смежных с ним.
 $\angle BCD = \angle A + \angle B$.

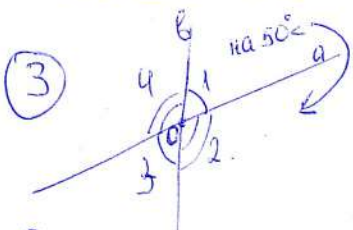


② Св-во одностор. уг. Δ , обр-ся при пересечении 2х прям. секущ.
 Тн: Если две \parallel прямые \cap секущей, то сумма одностор угл. $= 180^\circ$



Дано: $a \parallel b, c$ - секущ.
 Д-тмб: $\angle 2 + \angle 1 = 180^\circ$

Д-во:
 $a \parallel b, c$ - секущ $\Rightarrow \angle 1 = \angle 3$ (св-во \parallel прям, рав. во накр. вет. уг.)
 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ (св. смеж. уг.) $\Rightarrow \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$



Дано:
 $a \parallel b$
 $\angle 1$ на $50^\circ > \angle 2$
 Найти: $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$.

Решение:
 Пусть $x^\circ - \angle 1$, тогда $\angle 2 = x^\circ + 50^\circ$, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (по св. смеж. уг.)

$$x + x + 50 = 180$$

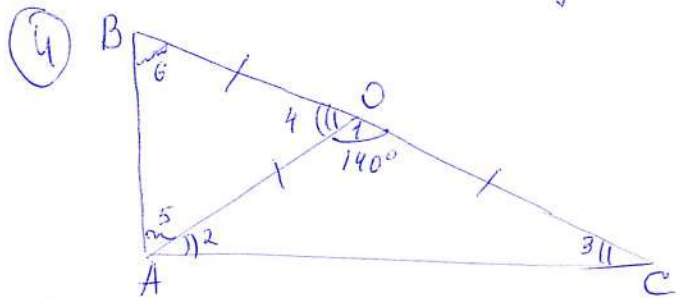
$$2x = 130$$

$$x = 65^\circ - \angle 1$$

$$65 + 50 = 115^\circ - \angle 2$$

$$\angle 2 = \angle 4 \text{ (по св. верш. уг.)} \Rightarrow \angle 4 = 115^\circ$$

$$\angle 1 = \angle 3 \text{ (по св. верш. уг.)} \Rightarrow \angle 3 = 65^\circ$$



Дано:

$\triangle ABC$

$$BO = OA = OC$$

$$\angle 1 = 140^\circ$$

Найти $\angle A, \angle B, \angle C$.

Решение:

$\triangle AOC$ - равноб., $AO = OC$; $\angle 2 = \angle 3$ (по св. равноб. \triangle).

$$\angle 2 + \angle 3 + \angle 1 = 180^\circ \text{ (Th о сумме угл. } \triangle \text{)}$$

$$\angle 2 + \angle 3 + 140^\circ = 180^\circ$$

$$\angle 2 + \angle 3 = 40^\circ$$

$$\angle 2 = \angle 3 = 20^\circ, \angle C = 20^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ \text{ (св. сум. угл.)}$$

$$\angle 4 = 180^\circ - 140^\circ$$

$$\angle 4 = 40^\circ$$

$\triangle ABO$ - равноб., $BO = AO$, $\angle 5 = \angle 6$. (по св. равноб. \triangle)

$$\angle 5 + \angle 6 + \angle 4 = 180^\circ$$

$$\angle 5 + \angle 6 = 180^\circ - 40^\circ$$

$$\angle 5 + \angle 6 = 140^\circ$$

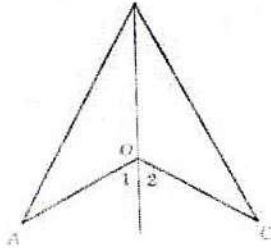
$$\angle 5 = \angle 6 = 70^\circ, \angle B = 70^\circ$$

$$\angle 2 + \angle 5 = 20^\circ + 70^\circ = 90^\circ, \angle A = 90^\circ$$

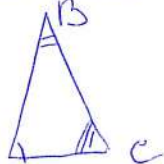
Ответ: $\angle C = 20^\circ, \angle A = 90^\circ, \angle B = 70^\circ$

Билет №10

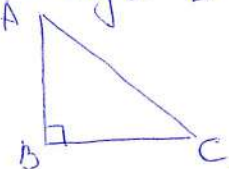
1. Определение остроугольного, прямоугольного, тупоугольного треугольника. Стороны прямоуг. треугольника.
2. Докажите свойство соответственных углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей.
3. Внешний угол равнобедренного треугольника равен 76° . Найдите углы треугольника.
4. $OA=OC$, угол 1 равен углу 2. Доказать, что $AB=BC$.



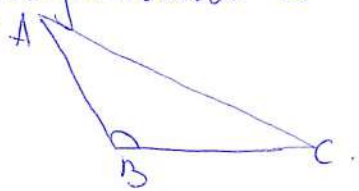
① Остроугольный Δ - Δ в Δ все углы острые ($< 90^\circ$)
 $\angle A, \angle B, \angle C$ - острые.
 ΔABC - остроуг.



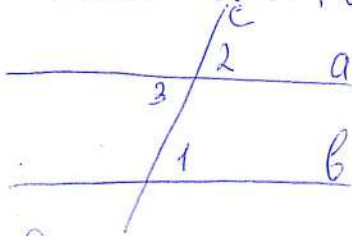
Прямоуг. Δ - Δ в Δ 1 угол - прямой ($= 90^\circ$).
 $\Delta ABC, \angle B = 90^\circ$.
 AB, BC - катеты.
 AC - гипотенуза.



Тупоугольный Δ - Δ в Δ 1 угол тупой ($> 90^\circ$)
 ΔABC - тупоуг.
 $\angle B$ - тупой ($> 90^\circ$)



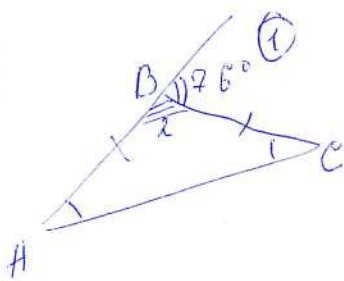
② Св-во соотв углов, обр-ся при n -ми $2 \times \parallel$ прямы. секущей
 Т.е. Если $2 \parallel$ прямые n секущей, то соотв-е углы равны.
 Если $a \parallel c, b \parallel c, a \parallel b \Rightarrow \angle 1 = \angle 2$ (соотв.)



Дано:
 $a \parallel b, a \parallel c, b \parallel c$
 $\angle 1, \angle 2$ соответственные.
 Д-во: $\angle 1 = \angle 2$.

Д-во:
 Если $a \parallel b \Rightarrow \angle 1 = \angle 3$ (св \parallel пр, рав-во corresp. ветт. углов)
 $\angle 2 = \angle 3$ (св. вершин. угл.) $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$
 279

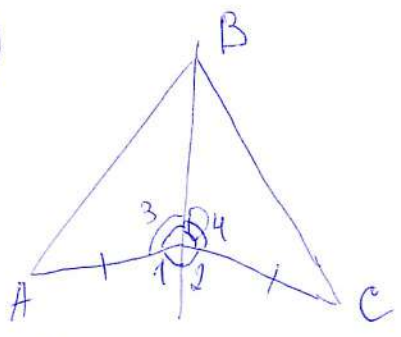
3



Дано:
 $\triangle ABC$ - равноб., $AB = BC$.
 $\angle 1 = 76^\circ$.
 Найти $\angle A, \angle B, \angle C$.

Решение: $\angle A = \angle A + \angle C$ (по Th о сб. б.е. внешн. угл. \triangle).
 $\angle A = \angle C$ (по сб. углов равноб. \triangle).
 $76^\circ = \angle A + \angle C \Rightarrow \angle A = 38^\circ$
 $\angle C = 38^\circ$.
 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (сб. б.е. внутр. угл.).
 $\angle 2 + 76^\circ = 180^\circ$
 $\angle 2 = 104^\circ$
 Ответ: $\angle 2 = 104^\circ, \angle A = \angle C = 38^\circ$.

4



Дано:
 $\triangle ABO, \triangle CBO$
 $AO = OC$
 $\angle 1 = \angle 2$.
 Н-ть $AB = BC$.

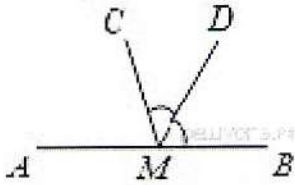
Н-во: $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ (сб. внутр. угл.) $\Rightarrow \angle 3 = 180^\circ - \angle 1$, тк $\angle 1 = \angle 2$ (по углов) \Rightarrow
 $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ (сб. внутр. угл.) $\Rightarrow \angle 4 = 180^\circ - \angle 2$,

$\Rightarrow \angle 3 = \angle 4$.

$\triangle ABO, \triangle CBO$ $\left. \begin{array}{l} BO - \text{общая} \\ \angle 3 = \angle 4 \text{ (по г-ва)} \\ AO = OC \text{ (по г-ва)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABO = \triangle CBO$
 (I пр. по 2 стор и углу между)

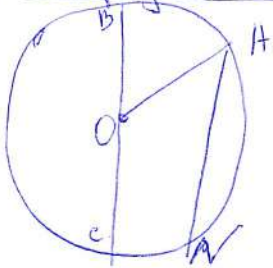
\Rightarrow тк $\triangle ABO = \triangle CBO \Rightarrow AB = BC$. р.т.г.

1. Определите окружности. Центр, радиус, хорда, диаметр дуга окружности.
2. Доказать свойство углов при основании равнобедренного треугольника.
3. Луч MD — биссектриса угла $СМВ$. Известно, что $\angle DMC = 60^\circ$. Найдите угол $СМА$.



1. Высоты остроугольного треугольника NPT проведенные из вершин N и P , пересекаются в точке K , угол $T = 56^\circ$. Найдите угол NKP .

① Окружность — мн-во точек равноудаленных от центра.



Радиус окружности — отрезок, соединяющий центр окружности с любой точкой на окружности.
 Центр окружности — точка, равноудаленная от точек окружности. O — центр.

Хорда — отрезок, соединяющий любые две точки окружности.

АМ — хорда

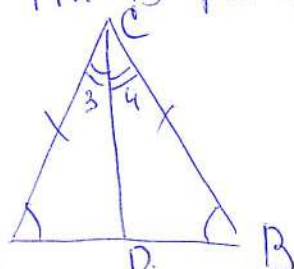
Диаметр окружности — хорда, проходящая через центр окружности.
 ВС — диаметр окружности.

r — радиус
 d — диаметр $d = 2r$

Дуга окружности — часть окружности заключенная между точками.
 $\angle AN$ — дуга окружности.

② $\angle A = \angle B$ при основании равноб. \triangle

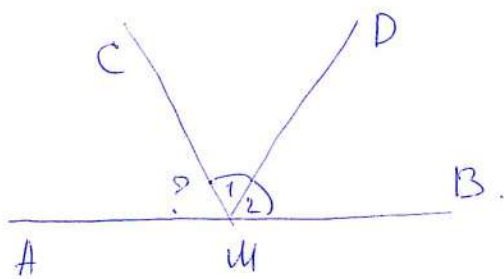
Th: В равноб. \triangle углы при основании равны.



Доказательство:
 $\triangle ABC$ — равноб. $AC = CB$
 $\angle A = \angle B$

Доказательство: Проведем CD — биссектрису, $\angle 3 = \angle 4$ (по определению).
 CD — общая.
 $\angle 3 = \angle 4$ (по определению биссектрисы).
 $AC = CB$ (по определению равнобедренного треугольника).
 $\Rightarrow \triangle ACD = \triangle BCD$ (по I признаку равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними).
 Т.к. $\triangle ACD = \triangle BCD \Rightarrow$ равны их углы $\Rightarrow \angle A = \angle B$.

3



Дано:
 $\angle 1 = \angle 2$ (по определ. бис.)
 $\angle C \text{ и } D = 60^\circ$
 Найти: $\angle CMA$.

Решение: $\angle 1 = \angle 2$ (по определ. бис.)
 $\angle 1 = 60^\circ \Rightarrow \angle 2 = 60^\circ$

$$\angle CMB = \angle 1 + \angle 2 \Rightarrow \angle CMB = 120^\circ$$

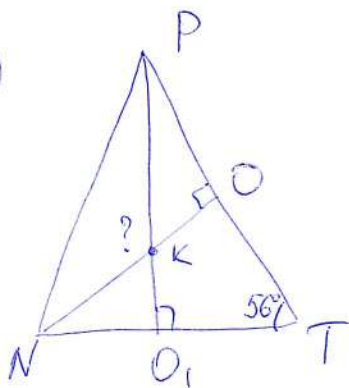
$$\angle AMB = \angle AMC + \angle CMB$$

$$\angle AMB = 180^\circ$$

$$\angle AMC + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow \angle AMC = 180^\circ - 120^\circ; \angle AMC = 60^\circ$$

ответ.

4



Дано:
 $\triangle NPT$ - остроугольный, $\angle T = 56^\circ$
 PO_1 - высота $PO_1 \perp NT$
 NO - высота $NO \perp PT$
 $PO \cap NO = K$

Найти $\angle NKP$

Решение:

$$\text{Р } \triangle PO_1T, \angle O_1 = 90^\circ, \angle T = 56^\circ \Rightarrow \angle P + \angle T = 90^\circ \text{ (св. прямоуг. } \triangle \text{).}$$

$$\angle P = 90^\circ - 56^\circ \Rightarrow \angle P = 34^\circ$$

$$\text{Р } \triangle PKO, \angle O = 90^\circ, \angle P = 34^\circ \Rightarrow \angle K + \angle P = 90^\circ \text{ (св. прямоуг. } \triangle \text{).}$$

$$\angle K = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$$

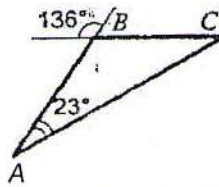
$$\text{Р } \angle NKO = 180^\circ$$

$$\angle NKO = \angle NKP + \angle PKO \Rightarrow \angle NKP = 180^\circ - 56^\circ \Rightarrow \angle NKP = 124^\circ$$

Ответ: $\angle NKP = 124^\circ$

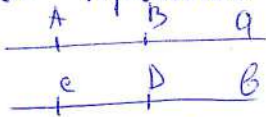
Билет № 12

1. Определение параллельных прямых и параллельных отрезков. Сформулировать аксиому параллельных прямых
2. Доказать признак равенства треугольников по двум углам прилежащим к стороне треугольника
3. Найти углы треугольника ABC.



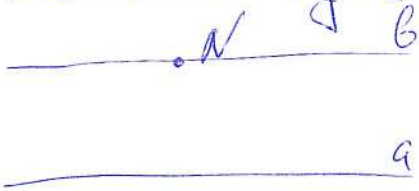
4. Одна из сторон тупоугольного равнобедренного треугольника на 17 см меньше другой. Найдите стороны этого треугольника, если его периметр равен 77 см.

① Две прямые на плоскости нац. Π , если они не Π
 $a \parallel b$.



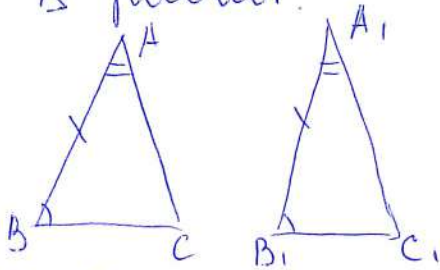
Параллельные отрезки - отрезки, лежащие на Π прямых
 $AB \parallel CD$.

Аксиома Π прямых: Ч/з точку не лежащую на данной прямой проходит прямая \parallel данной и притом только одна



$M \notin a$
 $M \in b$ $a \parallel b$.

② Если сторона и 2 прилежащих угла \triangle соответств. равной стороне и 2м. прилж. углам \triangle \Rightarrow эти \triangle равны.



Дано:
 $\triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1$
 $AB = A_1B_1$
 $\angle A = \angle A_1$
 $\angle B = \angle B_1$
 $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

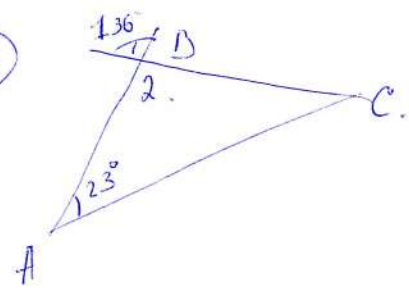
Д-во:
 Наложим $\triangle ABC$ на $\triangle A_1B_1C_1$, так чтобы τA налож. на τA_1 ,
 AB налож. на A_1B_1 .

а. τC и C_1 окажутся по одну сторону от A_1B_1 .

Тк $\angle A = \angle A_1$ $\Rightarrow AC$ налож. на A_1C_1 , $\Rightarrow C$ - общая для AC и BC и.

C лежит на A_1C_1 и на луче $B_1C_1 \Rightarrow C$ совмещается с $C_1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

3



Дано:
 ΔABC .
 $\angle A = 23^\circ$.
 $\angle 1 = 136^\circ$.

Найти $\angle C$, $\angle 2$.

Решение:

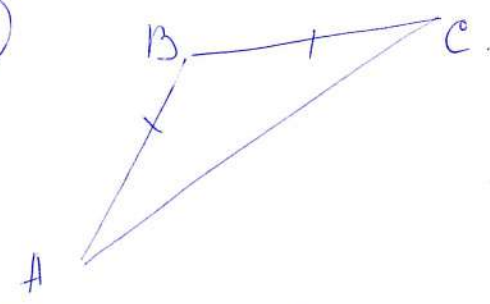
$\angle 1 = \angle 2$ (св. вершина. угл).
 $\angle 1 = 136^\circ \Rightarrow \angle 2 = 136^\circ$.

$\angle A + \angle 2 + \angle C = 180^\circ$ (Пл. сумма углов Δ).

$23^\circ + 136^\circ + \angle C = 180^\circ$
 $\angle C = 180^\circ - 136^\circ - 23^\circ$
 $\angle C = 21^\circ$.

Ответ: $\angle C = 21^\circ$, $\angle 2 = 136^\circ$.

4



Дано:
 ΔABC - равноб., равноб. $AB = BC$.
 $P = 77$ см.

BC на $17 < AC$.

Найти: AB, BC, CA .

Решение: Пусть $x = BC \Rightarrow AB = x$, тк $AB = BC$ (опр. равноб.).
 тогда $AC = x + 17$, $P = 77$ см.

$x + x + x + 17 = 77$.
 $3x + 17 = 77$
 $3x = 60$.
 $x = 20$ см - BC, AB .

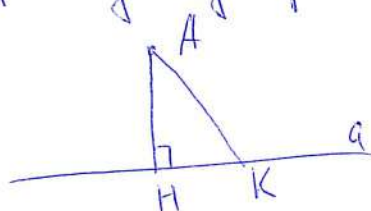
$20 + 17 = 37$ см. AC .

Ответ: $BC = AB = 20$ см.
 $AC = 37$ см.

Билет № 13

1. Определение расстояния от точки до прямой.
Наклонная. Определения расстояния между параллельными прямыми.
2. Докажите признак равенства треугольников по трём сторонам
3. Луч BM делит развёрнутый угол ABC на два угла, один из которых на 34° больше другого. Найдите углы.
4. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 21° . Найдите угол между биссектрисой и высотой, проведенными из вершины прямого угла.

① Расстояние от точки до прямой - это длина перпендикуляра, проведенного из этой точки.

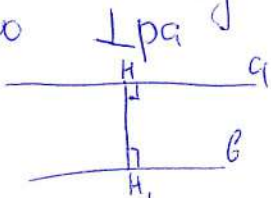


$A \notin a$
 $AN \perp a$
 AN - расстояние от точки A до прямой a.

Наклонная - любой отрезок, проведенный из точки к прямой, отличный от \perp ра.

AK - наклонная

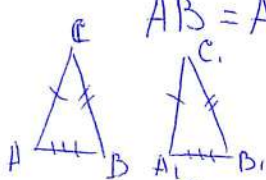
Расстояние между двумя параллельными - это длина отрезка их общего перпендикуляра



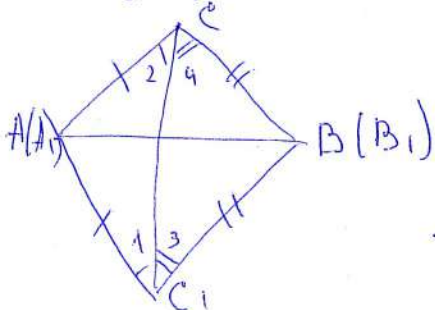
$NN_1 \perp a$
 $NN_1 \perp b$
 NN_1 - расстояние между a и b .

② Если 3 стороны $\triangle ABC$ соответственно равны 3 сторонам другого \triangle , то такие \triangle равны.

$AB = A_1B_1, AC = A_1C_1, BC = B_1C_1 \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$



Дано: $\triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1$
 $AB = A_1B_1; AC = A_1C_1; BC = B_1C_1$
 Н-то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$



Док-во: Приложим $\triangle ABC$ к $\triangle A_1B_1C_1$, так чтобы A совп. с A_1
 B совп. с B_1
 C и C_1 находились по разные стороны от AB

$\triangle C_1AC, CA = AC \Rightarrow \triangle$ равноб. (признак равноб. \triangle)
 тк $\triangle C_1AC$ - равноб. $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$ (св. равноб. \triangle).

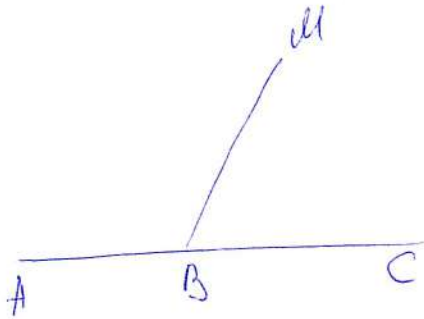
$\triangle C_1BC, CB = C_1B \Rightarrow \triangle C_1BC$ равноб. (признак равноб. \triangle)
 тк $\triangle C_1BC$ равноб. $\Rightarrow \angle 4 = \angle 3$ (св. равноб. \triangle).

$\triangle AC_1B, \triangle AC_1B, AC = AC_1, BC = B_1C_1, \angle C = \angle 2 + \angle 4, \angle C_1 = \angle 1 + \angle 3, \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle C = \angle C_1$$

$\triangle ACB = \triangle AC_1B$ (по I пр. по двум сторонам и углу между ними).

3



Дано:
 $\angle ABC$, BM - луч.
 $\angle ABM$ на $34^\circ > \angle MBC$.
 Найти: $\angle ABM$, $\angle MBC$.

Решение: Пусть $x^\circ = \angle MBC \Rightarrow \angle ABM = x + 34^\circ$, тогда
 $\angle ABM + \angle MBC = 180^\circ$ (св. смеж. уг.)

$$x + x + 34 = 180^\circ$$

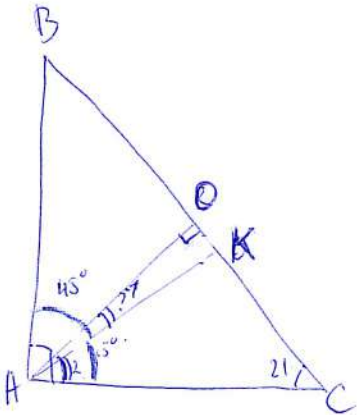
$$2x = 146$$

$$x = 73^\circ \angle MBC.$$

$$73^\circ + 34 = 107^\circ \angle ABM.$$

Ответ: $\angle MBC = 73^\circ$
 $\angle ABM = 107^\circ$.

4



Дано: $\triangle ABC$, $\angle A = 90^\circ$
 AO - высота
 AK - бис.
 $\angle C = 21^\circ$

Найти: $\angle 1$ - ?

Решение:

В $\triangle AOC$, $\angle O = 90^\circ$, $\angle C = 21^\circ$
 $\angle A + \angle C = 90^\circ$.

$$\angle A = 90^\circ - \angle C.$$

$$\angle A = 69^\circ = \angle 2.$$

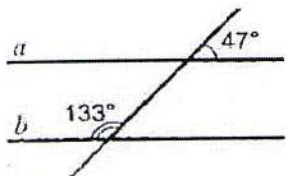
$$\angle KAC = 45^\circ$$

$$\angle OAC = \angle 1 + \angle 2, \angle 2 = 69^\circ.$$

$$\angle 1 = 69^\circ - 45^\circ = 24^\circ.$$

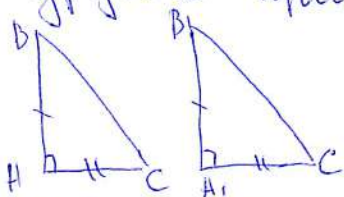
Ответ: $\angle 1 = 24^\circ$.

1. Сформулировать признаки равенства прямоугольных треугольников.
2. Доказать свойства внешнего угла треугольника.
3. Доказать, что прямые а и b параллельны.



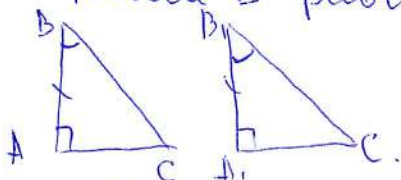
4. В прямоугольном треугольнике KPE угол $P = 90^\circ$, угол $K = 50^\circ$. На катете PE отметили точку M такую, что угол $KMP = 60^\circ$. Найдите PM , если $EM = 16$ см.

① 1. Если два катета прямоуг. Δ соотв-но равны двум катетам другого прямоуг. Δ , то такие Δ равны.



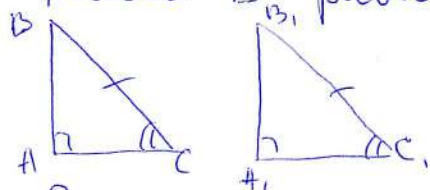
$$\text{Если } AB = A_1B_1, AC = A_1C_1 \Rightarrow \Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$

2. Если катет и прилежащий \angle одного прямоуг. Δ соотв. равен катету и прилежащему \angle др. прямоуг. Δ то такие Δ равны.



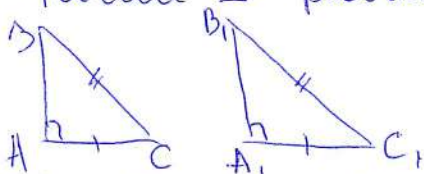
$$\text{Если } AB = A_1B_1, \angle B = \angle B_1 \Rightarrow \Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$

3. Если гипотенуза и остр. угол одного прямоуг. Δ соотв. равен гипотенузе и остр. углу другого прямоуг. Δ , то такие Δ равны.



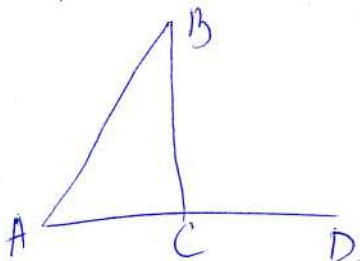
$$\text{Если } BC = B_1C_1, \angle C = \angle C_1 \Rightarrow \Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$

4. Если гипотенуза и катет одного прямоуг. Δ соотв. равен гипотенузе и катету другого прямоуг. Δ , то такие Δ равны.



$$\text{Если } BC = B_1C_1; AC = A_1C_1 \Rightarrow \Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$

② Th: Внешний угол Δ = сумме двух внутренних углов не смежных с ним.



Дано: ΔABC .
 $\angle BCD$ - внешний \angle ΔABC .

$$\text{Д-ть } \angle A + \angle B = \angle BCD$$

Дано-во: $\angle ACB + \angle BCD = 180^\circ$ (св. смеж. уг.).

$\triangle ABC$, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$$\angle ACB = 180^\circ - \angle A - \angle B$$

$$\angle ACB = 180^\circ - \angle BCD \Rightarrow$$

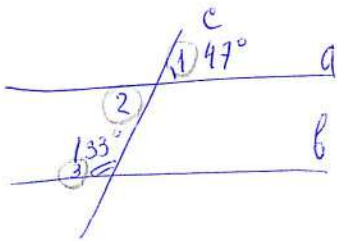
$$180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - \angle BCD$$

$$180^\circ - \angle A - \angle B - 180^\circ + \angle BCD = 0$$

$$\angle BCD = \angle A + \angle B.$$

279.

3



Дано:

$a \parallel c, b \parallel c$.

$$\angle 1 = 47^\circ$$

$$\angle 3 = 133^\circ$$

До-ти $a \parallel b$.

До-во:

$\angle 1 = \angle 2$ (св. верт. уг.).

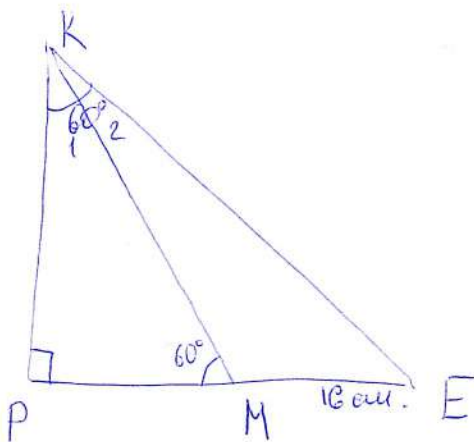
$$\angle 1 = 47^\circ \Rightarrow \angle 2 = 47^\circ.$$

Если $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \Rightarrow a \parallel b$ (признак \parallel прям по сумме смеж. углов).

$$133^\circ + 47^\circ = 180^\circ \Rightarrow a \parallel b.$$

279.

4



Дано: $\triangle KPE$, $\angle P = 90^\circ$.

$$\angle K = 60^\circ$$

$$\angle KMP = 60^\circ, ME = 16 \text{ см}$$

Найти PM ?

Решение:

$\triangle KPE$; $\angle P = 90^\circ, \angle K = 60^\circ, \angle K + \angle E = 90^\circ$ (св. прямоуг. \triangle).

$$\angle E = 90^\circ - 60^\circ$$

$$\angle E = 30^\circ$$

$\triangle KPM$, $\angle P = 90^\circ, \angle M = 60^\circ, \angle K + \angle M = 90^\circ$ (св. прямоуг. \triangle).

$$\angle K = 90^\circ - 60^\circ$$

$$\angle K = 30^\circ.$$

$$\angle K = \angle 1 + \angle 2.$$

$$\angle 2 = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ.$$

$\triangle KME$ $\angle E = 30^\circ; \angle K = 30^\circ \Rightarrow \triangle KME$ - равноб. (признак равноб. \triangle).

$\triangle KME$ равноб. $\Rightarrow ME = KM$ (по свойству равноб. \triangle) $KM = ME = 16 \text{ см}$.

$\triangle KPM$; $\angle P = 90^\circ, \angle K = 30^\circ, KM = 16 \text{ см}$.

$PM = \frac{1}{2} KM$ (по свойству катета прямоуг. \triangle с острым $\angle 30^\circ$).

$$PM = \frac{1}{2} \cdot 16.$$

$$PM = 8 \text{ см}.$$

Ответ: $PM = 8 \text{ см}$.

Будем 11

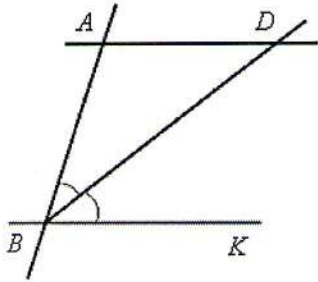
1. Что такое секущая?

Назовите пары углов, которые образуются при пересечении двух прямых секущей.

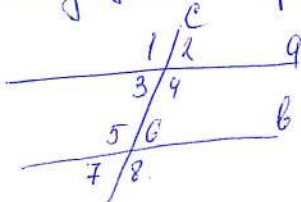
2. Доказать свойство катета прямоугольного треугольника, лежащего против угла в 30° . Сформулировать обратное утверждение.

3. Луч BD проходит между сторонами угла ABC . Найдите угол DBC , если угол $ABC = 63^\circ$, угол $ABD = 51^\circ$.

4. Прямые AD и BK параллельны, луч BD — биссектриса угла ABK , $\angle ABK = 120^\circ$. Найти углы треугольника ABD .



① Секущая — прямая, которая пересекает две параллельные в 2 точках



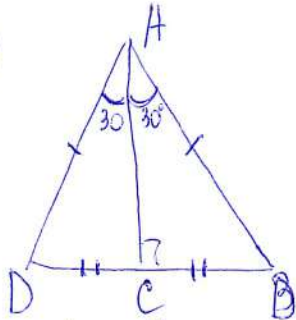
a, b — параллельные
 c — секущая.

$\angle 3, \angle 6$ } накр. лежащие
 $\angle 4, \angle 5$ }

$\angle 2, \angle 6$
 $\angle 4, \angle 8$
 $\angle 1, \angle 5$
 $\angle 3, \angle 7$ } соответств. углы.

$\angle 4, \angle 6$
 $\angle 3, \angle 5$ } односторонние

②



Дано: $\triangle ABC, \angle C = 90^\circ$

$\angle A = 30^\circ$

Н-ть $CB = \frac{1}{2} AB$

Решение: Притянем к $\triangle ACB$ $\triangle ADC$ равной ему.

$\triangle ADB, \angle A = 60^\circ, DA = AB, \triangle ADB$ — равноб. $\Rightarrow \angle D = \angle B$ (св. равноб. \triangle) \Rightarrow

$\angle D = \angle B = 60^\circ \Rightarrow \triangle DAB$ — равностор.

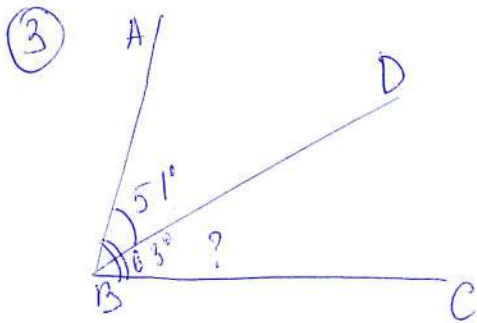
$DB = DA = AB$.

$DC = CB$.

$DB = DC + CB$.

$CB = \frac{1}{2} DB, DB = AB \Rightarrow CB = \frac{1}{2} AB$.

279.

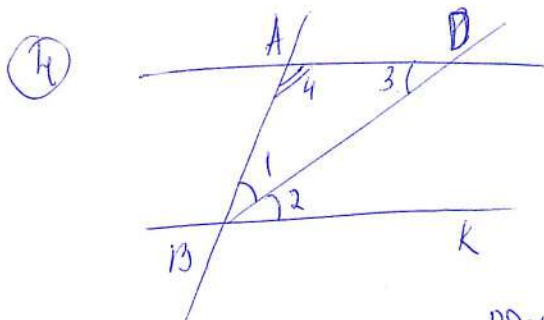


Дано:
 $\angle ABC = 63^\circ$
 $\angle ABD = 51^\circ$

Найти $\angle DBC$.

Решение:
 $\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$
 $63^\circ = 51^\circ + \angle DBC$
 $\angle DBC = 63^\circ - 51^\circ$
 $\angle DBC = 12^\circ$

Ответ: $\angle DBC = 12^\circ$.



Дано: $AD \parallel BK$
 BD - секущая. $\angle 1 = \angle 2$
 $\angle ABK = 120^\circ$

Найти $\angle A, \angle B, \angle D$.

Решение: $AD \parallel BK$, BD - секущая.
 $\Rightarrow \angle 2 = \angle 3$ (ев. лн прам.) \Rightarrow
 $\Rightarrow \angle D = \angle 2$.

BD - секущая $\angle ABK \Rightarrow \angle 1 = \angle 2$ (по оуп секущ.)
 $\angle ABK = 120^\circ \Rightarrow \angle 1 = \angle 2 = 60^\circ$.

$$\angle 2 = \angle 3 = 60^\circ$$

Т.к. $AD \parallel BK \Rightarrow \angle 4 + \angle ABK = 180^\circ$ (ев. лн пр.)

$$\angle ABK = 120^\circ$$

$$\angle 4 + 120^\circ = 180^\circ$$

$$\angle 4 = 60^\circ$$

Ответ: $\angle B = \angle D = \angle A = 60^\circ$.